



امتحان میان ترم معادلات دیفرانسیل

تاریخ: ۲۸ آبان ۱۳۹۴
مدت امتحان: ۲ ساعت و نیم
گروه‌های ۱-۱۶
اسماعیلی-فیروزی-مجتهدی



۱. (۱۵ نمره) معادله‌ی دیفرانسیل زیر را حل کنید:

$$y' - y^2 = -2xy + x^2$$

۲. (۱۵ نمره) جواب عمومی معادله‌ی دیفرانسیل زیر را بدست آورید.

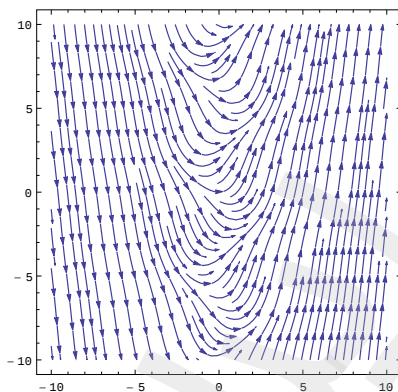
$$ydx + (2x - ye^y)dy = 0$$

۳. فرض کنید $\{y_1, y_2\}$ مجموعه‌ی اساسی از جواب‌های معادله‌ی $y'' + \cos(t)y' + e^t y = 0$ باشند. همچنین فرض کنید $y_1 - y_2$ و $2y_1 - y_2$ به ترتیب جواب‌هایی از مسأله‌های مقدار اولیه‌ی $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = -2 \end{cases}$ و $\begin{cases} y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$ باشند.

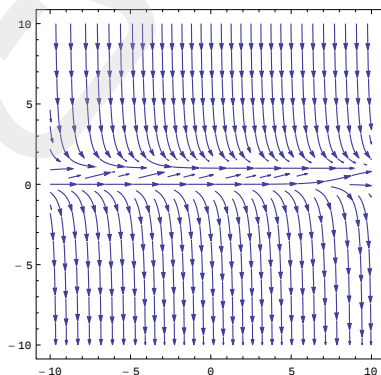
(آ) (۱۰ نمره) مقدار رانسکین y_1 و y_2 را در نقطه‌ی $t = 0$ به دست آورید.

(ب) (۵ نمره) مقدار رانسکین y_1 و y_2 را در نقطه‌ی دلخواه t به دست آورید.

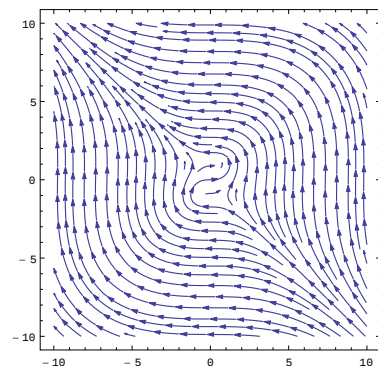
۴. (آ) (۵ نمره) کدامیک از اشکال زیر میدان جهت برای معادله‌ی دیفرانسیل $y' = \sin(y) + t$ است؟



(سوم)



(دوم)



(اول)

(ب) (۵ نمره) از روی میدان جهت، رفتار جواب مسأله‌ی مقدار اولیه‌ی $y(0) = -5$ را توصیف کنید. (رفتار تابع در

$(\pm\infty)$)

۵. (۱۵ نمره) معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2y^2}{2xy}$$

$$y(1) = 1$$

۶. (۱۰ نمره) فرض کنید $\{y_1, y_2\}$ مجموعه‌ی اساسی از جواب‌ها برای یک معادله‌ی همگن خطی مرتبه دوم باشند. شرط لازم و کافی برای این‌که $\{ay_1 + by_2, cy_1 + dy_2\}$ مجموعه‌ی اساسی جواب برای همان معادله باشد را بیابید و ادعای خود را ثابت کنید.

موفق باشید.

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

 @IRmath