

تاریخ امتحان: ۹۳/۳/۲۲
مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۲

۲۲ - ۰۱۶

نیمسال دوم ۹۳-۹۲

- این امتحان شامل ۶ سؤال است. پاسخ سؤالات را به ترتیب در کتابچه امتحانی بنویسید و در هر برگه کتابچه فقط و فقط به یک سؤال پاسخ دهید.
- برای نشان دادن درستی جواب‌های خود استدلال کنید و از به کار بردن عباراتی چون «واضح است» یا «بدیهی است» پرهیز کنید.
- استفاده از ماشین حساب در طول جلسه امتحان ممنوع است.
- در طول جلسه امتحان به هیچ سؤالی پاسخ داده نمی‌شود.

سؤال ۱. حاصل انتگرال مکرر $\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{y}}^1 \cos x^3 dx \right) dy$ را محاسبه کنید.

سؤال ۲. فرض کنید D ناحیه دوزنقه‌ای شکلی باشد که رؤوس آن نقاط $(0, 1)$ ، $(1, 0)$ ، $(2, 0)$ و $(0, 2)$ هستند. حاصل انتگرال $\iint_D \cos\left(\frac{y-x}{y+x}\right) dx dy$ را محاسبه کنید.

سؤال ۳. حجم بیضی‌وار با معادله $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ را محاسبه کنید (a, b, c اعداد حقیقی مثبت‌اند).

سؤال ۴. میدان برداری $\mathbf{F}: \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ با ضابطه $\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{x-y}{x^2+y^2}, \frac{x+y}{x^2+y^2} \right)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید C خم $y = x^2 - 1$ باشد که نقطه $(-1, 0)$ را به نقطه $(1, 0)$ وصل می‌کند. حاصل انتگرال $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ را محاسبه کنید.

سؤال ۵. میدان برداری $\mathbf{F}: \mathbb{R}^3 - \{(0, 0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ با ضابطه $\mathbf{F}(x, y, z) = \nabla \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید S رویه $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, z = 1\}$ باشد. اگر بردار $\mathbf{n}$ که قائم یکه بر S است در جهت مثبت محور z باشد، حاصل انتگرال $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$ را محاسبه کنید.

سؤال ۶. میدان برداری $\mathbf{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ با ضابطه $\mathbf{F}(x, y, z) = (-yze^z, xze^z, xye^y)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید S رویه $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, z \leq 1\}$ باشد. اگر بردار $\mathbf{n}$ که قائم یکه بر S است برون‌گرا باشد، حاصل انتگرال $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$ را محاسبه کنید.

توزیع نمره. سؤال ۵: ۲۵ نمره، بقیه سؤال‌ها: هر کدام ۱۵ نمره.

مجموع: ۱۰۰ نمره