



تاریخ: ۱۳۹۶/۰۴/۰۱
شماره:
پیوست:

دانشکده علوم ریاضی

مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۱

۲۲-۰۱۵

نیمسال دوم ۹۵-۹۶



سؤال ۱. نمودار تابع $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه

$$f(x) = [(x^2 + 1)(x + 2)]^{-\frac{1}{4}}$$

را حول محور x ها دوران می دهیم. حجم ناحیه حاصل را محاسبه کنید.

(۲۰ نمره)

سؤال ۲. تابع $f:]1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه

$$f(x) = \int_x^{2x} \exp(-t^2) dt$$

را در نظر بگیرید.

(الف) مشتق تابع f را محاسبه کنید.

(۱۰ نمره)

(ب) نشان دهید $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

(۱۰ نمره)

سؤال ۳. (الف) نشان دهید انتگرال ناسره $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$ همگراست و مقدارش را محاسبه کنید.

(۱۰ نمره)

(ب) حد زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{i} \sqrt{\frac{i}{n-i}}$$

(۱۰ نمره)

ادامه سؤالات در پشت برگه

سؤال ۴. همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی کنید:
(الف)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$$

(۱۰ نمره)

(ب)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\log n}{n} \right)^2$$

(۱۰ نمره)

سؤال ۵. دنباله $\{a_n\}$ را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$a_n = \int_0^1 \sin^n(x) dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(الف) نشان دهید $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

(۱۰ نمره)

(ب) نشان دهید سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ همگراست.

(۱۰ نمره)

سؤال ۶. سری توانی $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{(k+1)!}$ را در نظر بگیرید.

(الف) مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!}$ را محاسبه کنید و سپس فاصله همگرایی سری توانی فوق را بیابید.

(۱۰ نمره)

(ب) مشخص کنید (در داخل فاصله همگرایی) سری توانی فوق برابر با کدام تابع می باشد.

(۱۰ نمره)

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی