

تاریخ پنجشنبه ۱۹ دی ۱۳۹۲

به نام خدا
امتحان پایان ترم
مدت: ۳ ساعت

ریاضیات عمومی ۱



۱ نشان دهید برای هر $x \in [0, \frac{1}{2}]$ نامساوی $(1-x)e^{(x+x^2)} \geq 1$ برقرار است. (۲۰ نمره)

۲ نمودار تابع $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1+x}}$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم. حجم ناحیه تولید شده را بدست آورید. (۲۰ نمره)

۳ مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{k(n-k)}}$ را با ذکر دلیل محاسبه کنید. (۲۰ نمره)

۴ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع مشتق‌پذیر با مشتق پیوسته است بطوریکه $|f'(x)| \leq M$ برای هر $x \in \mathbb{R}$. ثابت کنید:

الف) اگر برای $c \in \mathbb{R}$ داشته باشیم $f(c) = 0$ آنگاه برای هر $h \in \mathbb{R}$ داریم:

$$\left| \int_c^h f(x) dx \right| \leq \frac{1}{2} M (h-c)^2 \quad (۱۰ \text{ نمره})$$

ب) اگر برای $a < b$ داشته باشیم $f(a) = f(b) = 0$ آنگاه $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \frac{1}{4} M (b-a)^2$ (۱۰ نمره)

۵ شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{x^n}{n \ln(n)}$ با متغیر حقیقی x را محاسبه کنید و همگرایی آن را در نقاط ابتدایی و انتهایی بازه همگرایی بررسی کنید. (۲۰ نمره)

۶ تابع $f(x) = \int_{x^2}^{x^2+1} \sin(e^t) dt$ را در نظر می‌گیریم.

(۱۰ نمره)

الف) مشتق f را محاسبه کنید.

(۱۰ نمره)

ب) نشان دهید $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

<http://irmath.com>

موفق باشید

کانال تلگرام @irmath

دانلود سوالات بیشتر از سایت ریاضیات ایران