


وقت ۹۰ دقیقه ۴۰۰	به نام خدا « دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) » امتحان میان ترم محاسبات عددی - نیمسال اول ۹۵-۹۶ (۹۵/۰۸/۲۷) استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	
نام استاد:	شماره دانشجویی:	نام و نام خانوادگی:

IRmath

تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید. (۳ نمره)

۱- تابع سه متغیره $f(x, y, z) = (\sin x)y^2e^z$ را در نظر بگیرید. فرض کنید مقادیر $y = \frac{5}{3}$ $x = \frac{\pi}{6}$ و $z = \frac{8}{7}$ تا چهار رقم با معنی گرد شده و به ترتیب با \tilde{x} , \tilde{y} و \tilde{z} نشان داده شده‌اند. در صورتی که $f(x, y, z)$ را با $f(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ تقریب بزنیم، یک کران بالای مناسب روی قدرمطلق خطای حاصل از این تقریب ارائه کنید.

۲- فرض کنید می‌خواهیم مقدار عدد π را به کمک رابطه زیر به دست آوریم.

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^4} = \frac{\pi^4}{90}$$

کدام یک از دو تقریب زیر به جواب دقیق تری منجر خواهد شد؟ توضیح دهید.

<pre>S=0 For i=1...10000 S = S+1/i^4 end</pre>	<pre>S=0 For i=10000...1 S = S+1/i^4 end</pre>
--	--

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

۳- الف) فرض کنید A عددی مثبت با مقدار معلوم باشد. نشان دهید استفاده از روش نیوتن-رافسون برای

تقریب مقدار \sqrt{A} ، منجر به دنباله زیر می شود

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{A}{x_n} \right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ب) ابتدا توضیح دهید چرا روش نیوتن رافسون حالت خاصی از روش نقطه ثابت است و سپس، با استفاده از

شرایط قضیه نقطه ثابت، نشان دهید که دنباله قسمت الف به ازای هر تقریب اولیه $x_0 > \sqrt{A}$ همگراست.

ج) از این حقیقت که به ازای $x_0 \neq \sqrt{A}$ رابطه $(x_0 - \sqrt{A})^2 > 0$ برقرار است، استفاده کنید و نشان دهید

که اگر $0 < x_0 < \sqrt{A}$ ، آنگاه $x_1 > \sqrt{A}$ و بر اساس آن نتیجه بگیرید که دنباله قسمت الف به ازای هر تقریب

اولیه $x_0 > 0$ همگراست.

د) مرتبه همگرایی دنباله قسمت الف را تعیین کنید.

(۶ نمره)



تنها به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید. (۵ نمره)

۴- چندجمله‌ای درجه سومی را برحسب y چنان بسازید که در نقاط $y = 0, 1, 9, 16$ بر $x = \sqrt{y}$

منطبق شود. تقریبی برای $x = \sqrt{7}$ به دست آورید.

۵- شرایط حاکم بر ضرایب Spline درجه دو برای n نقطه را به دست آورید. هر کدام از شرایط فوق چند

معادله به دست می‌دهد؟ تعداد کل مجهولات چقدر است؟ مشابه ماتریس به دست آمده برای Cubic

Spline، یک معادله ماتریسی برای به دست آوردن ضرایب در این حالت ارائه دهید.



۶- با فرض این که $a, b \geq 0$ ، بهترین منحنی به فرم $y(x) = \left(\frac{x^4}{ax^2+b}\right)^2$ که داده‌های زیر را با معیار کمترین مربعات خطا برازش کند به دست آورید.

(۶ نمره)

x	-1	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
y	1	0	$\frac{1}{4}$	1

IRmath

به سوال زیر تنها دانشجویان گروه دکتر عسگرپور و دکتر جهانشاهی پاسخ دهند.

۷- شبه برنامه‌ای بنویسید که روش Golden-section search را برای پیدا کردن حداقل تابع $f(x)$ در یک بازه $[a, b]$ پیاده‌سازی کند.
(۵ نمره)

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

<http://IRmath.com>

 @IRmath

موفق باشید.